FONCTION PAIRE OU IMPAIRE

Définitions :
Soit f une fonction définie sur un ensemble D.
On dit que la fonction $\boldsymbol{f}$ est **paire** si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Pour tout réel x de D, le réel $\boldsymbol{-x}$ **appartient à** $\boldsymbol{D}$
- Pour tout réel x de D, $\boldsymbol{f(-x) = f(x)}$

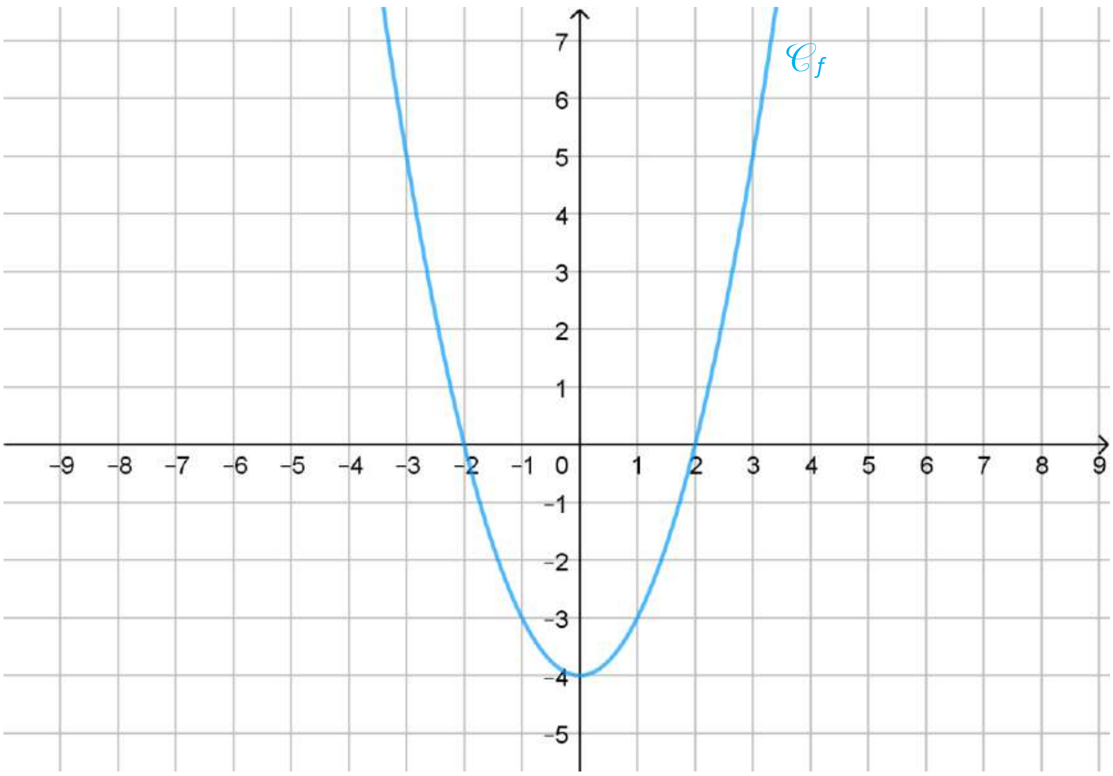
Propriété :
Soit $\boldsymbol{f}$ une fonction **paire**.
Dans un repère orthogonal du plan, la **courbe représentative de** $\boldsymbol{f}$ est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.

Remarque :
On dit aussi que si la fonction f est paire, l'axe des ordonnées est un **axe de symétrie de la courbe représentative de** $\boldsymbol{f}$ dans un repère orthogonal.

Exemple :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4$.
Pour tout x de $\mathbb{R}$, $-x$ appartient à $\mathbb{R}$.
Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(-x) = (-x)^2 - 4 = x^2 - 4 = f(x)$

f est donc une fonction paire.

Voici sa représentation graphique dans un repère orthogonal du plan :



MATHS EN CONSCIENCE

Définitions :
Soit f une fonction définie sur un ensemble D.
On dit que la fonction $\boldsymbol{f}$ est **impaire** si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Pour tout réel x de D, le réel $\boldsymbol{-x}$ **appartient à** $\boldsymbol{D}$
- Pour tout réel x de D, $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$

Propriété :
Soit $\boldsymbol{f}$ une fonction **impaire**.
Dans un repère du plan, la **courbe représentative de** $\boldsymbol{f}$ est **symétrique par rapport à l'origine du repère**.

Remarque :
On dit aussi que si la fonction f est impaire, l'origine du repère est un **centre de symétrie de la courbe représentative de** $\boldsymbol{f}$.

Exemple :
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - x$.
Pour tout x de $\mathbb{R}$, $-x$ appartient à $\mathbb{R}$.
Pour tout x de $\mathbb{R}$, $g(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -(x^3 + x) = -g(x)$

g est donc une fonction impaire.

Voici sa représentation graphique dans un repère du plan :