FONCTIONS AFFINES

Définitions :

- Une **fonction affine** est une fonction f définie pour tout nombre réel x par $\boldsymbol{f(x) = mx + p}$ où m et p sont des réels fixés.
- On dit que la fonction **f est définie sur $\mathbb{R}$**, l'ensemble des nombres réels.
- Si $\boldsymbol{p = 0}$, alors $\boldsymbol{f(x) = mx}$. La fonction f est une **fonction linéaire**.
- Si $\boldsymbol{m = 0}$, alors $\boldsymbol{f(x) = p}$. La fonction f est une **fonction constante**.

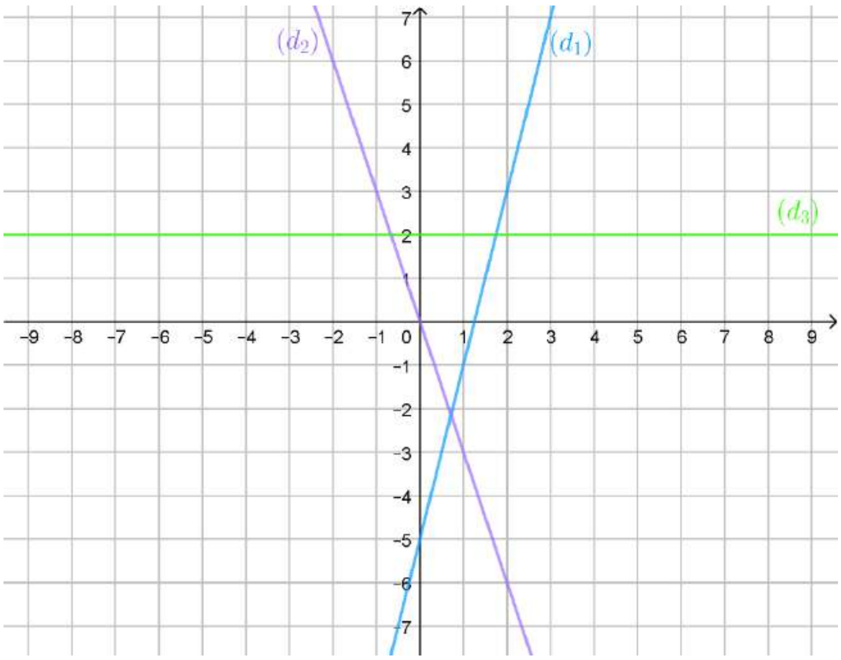
Exemple :
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 5$ est une fonction affine avec $m = 4$ et $p = -5$.
La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x$ est une fonction linéaire (donc affine) avec $m = -3$ et $p = 0$.
La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2$ est une fonction constante (donc affine) avec $m = 0$ et $p = 2$.

Propriété 1 - Définition :
La **représentation graphique** d'une **fonction affine** $f : x \mapsto mx + p$ est une **droite**.
On dit que $\boldsymbol{m}$ est le **coefficient directeur** (ou la **pente**) de la droite et $\boldsymbol{p}$ est **l'ordonnée à l'origine**.

Remarques :

- Une **fonction linéaire** est représentée par une **droite passant par l'origine du repère**.
- Une **fonction constante** est représentée par une **droite parallèle à l'axe des abscisses**.

Exemples :
Reprenons les fonctions f, g et h précédentes représentées respectivement par les droites (d_1), (d_2) et (d_3).

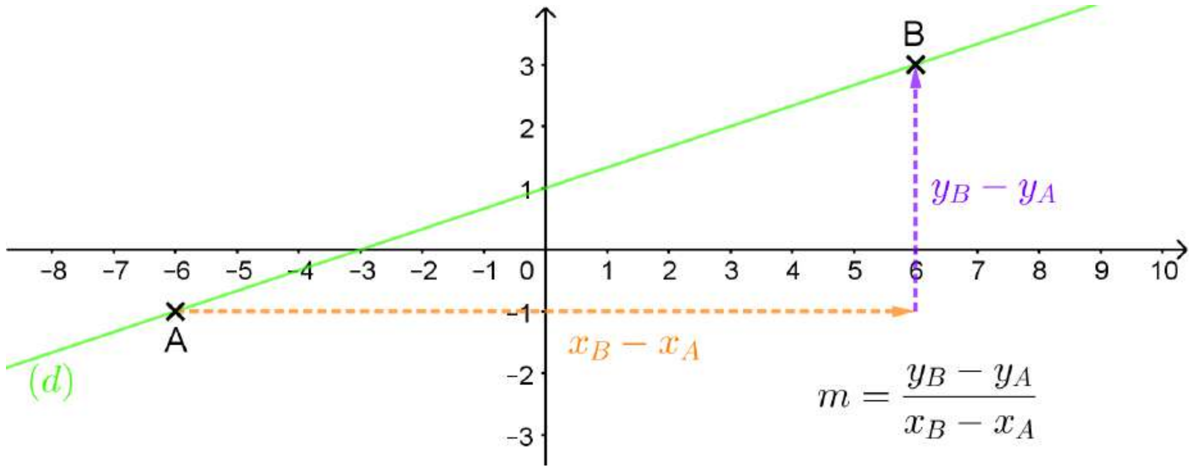


Propriété 2 :
Dans un repère du plan, une **droite non verticale** représente une **fonction affine**.

Attention :
Une droite verticale ne peut pas être la représentation graphique d'une fonction.

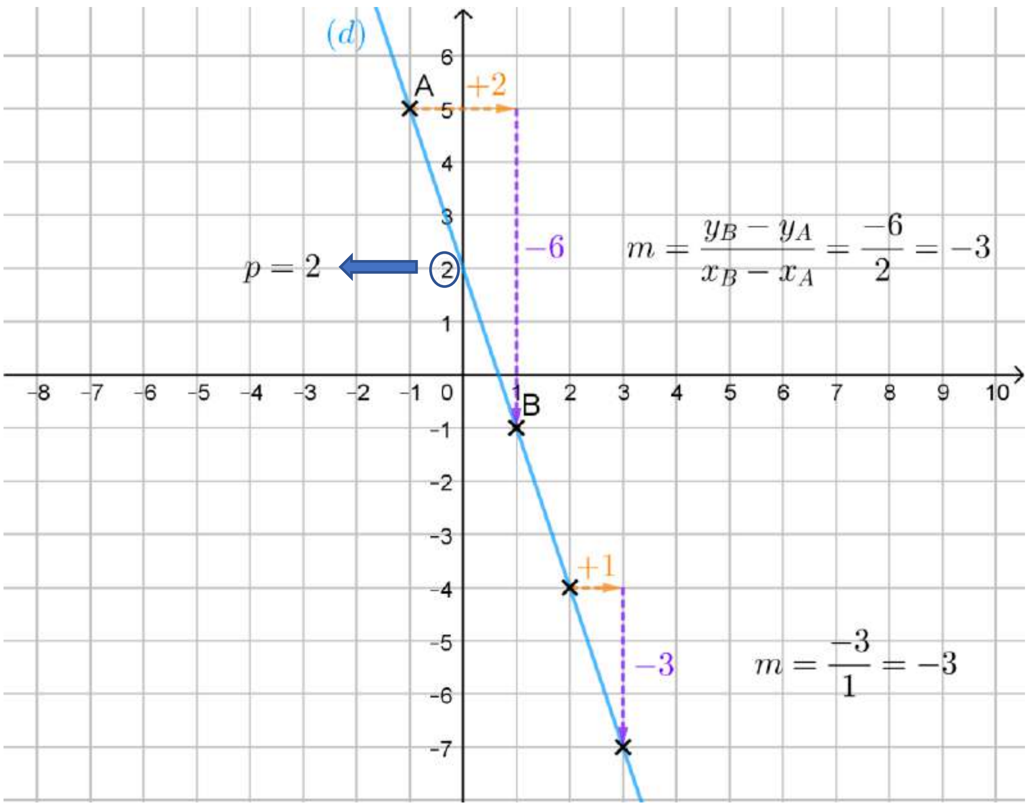
Propriété 3 :
Soient $\boldsymbol{f}$ une **fonction affine** définie par $f(x) = mx + p$ et (d) la droite qui la représente dans un repère du plan.
Soient $\boldsymbol{A(x_A\,;\,y_A)}$ et $\boldsymbol{B(x_B\,;\,y_B)}$ deux **points distincts de de la droite** $\boldsymbol{(d)}$.

$$\boldsymbol{m = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$



Remarques :

- Si $x_B - x_A = 1$, alors $m = y_B - y_A$
- p est l'image de 0 par la fonction f donc $\boldsymbol{p}$ est **l'ordonnée du point d'intersection de la droite** $\boldsymbol{(d)}$ **avec l'axe des ordonnées**.



MATHS EN CONSCIENCE